함수 1일차

함수의 정의 및 함수의 종류

함수는 ( ) 이다!

- 그래프를 그리고 좌표의 의미 파악하기!

함수는 ( ) 이다!

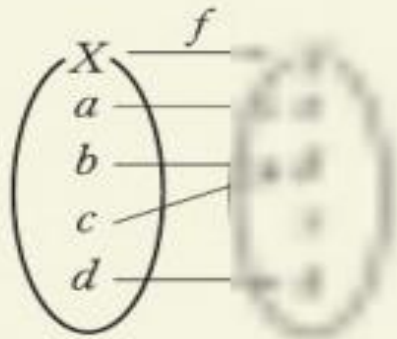
- 그래프를 그리고 좌표의 의미 파악하기!

184 함수

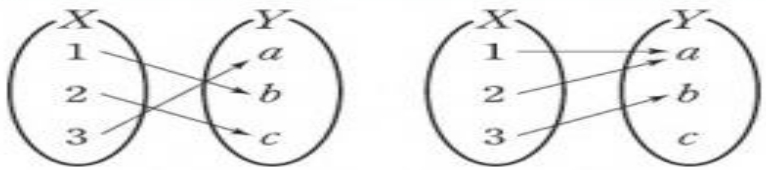
두 집합 X, Y에 대하여 X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응할 때, 이 대응을 X에서 Y로의 **함수**라 한다. 이 함수를 f라 할 때, 기호로

$$f : X \longrightarrow Y \text{ 또는 } X \xrightarrow{f} Y$$

와 같이 나타낸다.

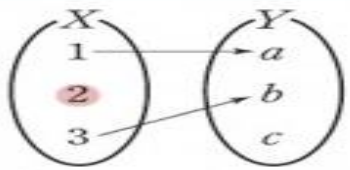


Remark ▶ 함수를 영어로 function이라 하며, 보통 알파벳 소문자 f, g, h, …를 사용하여 나타낸다.

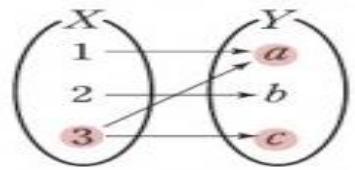


X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩 대응한다.

➡ 함수이다.



X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 없다.



X의 원소 3에 대응하는 Y의 원소가 a, c의 2개

➡ 함수가 아니다.

개념 SSEN

X에서 Y로의 대응

X의 각 원소에 대응하는 Y의 원소가

- 1개씩이면 → 함수이다.
- 없는 경우가 있으면 → 함수가 아니다.
- 2개 이상인 경우가 있으면 → 함수가 아니다.

유형 01 함수

개념 09-1

① 함수인 경우 ➡ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해질 때

② 함수가 아닌 경우 ➡ 어떤 x의 값에 대하여 y의 값이 정해지지 않거나 두 개 이상으로 정해질 때

다음 중 y가 x에 대한 함수가 아닌 것은?

① x의 절댓값 y

② 자연수 x의 역수 y

③ 키가 x cm인 사람의 몸무게 y kg

④ 길이가 40 cm인 끈을 x cm 사용하고 남은 끈 y cm

⑤ 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm

유형 02 함숫값

개념 09-1

함수 $f(x)$에서 $f(a)$의 값 구하기

➡ $f(x)$의 식에 x 대신 a를 대입하여 계산한다.

함수 $f(x)=\frac{12}{x}$에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right)=a$, $f(-1)=b$라 할 때, $f(a+b)$의 값을 구하시오.

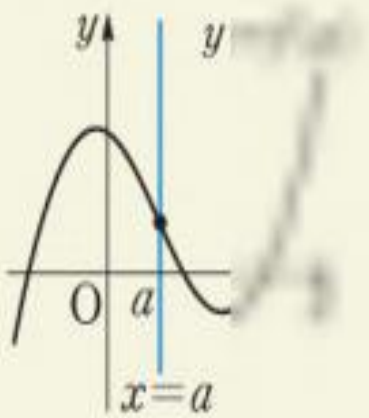
함수 $f(x)=2\times$(자연수 x를 3으로 나눈 나머지)라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(29)+f(30)$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50

④ 55 ⑤ 60

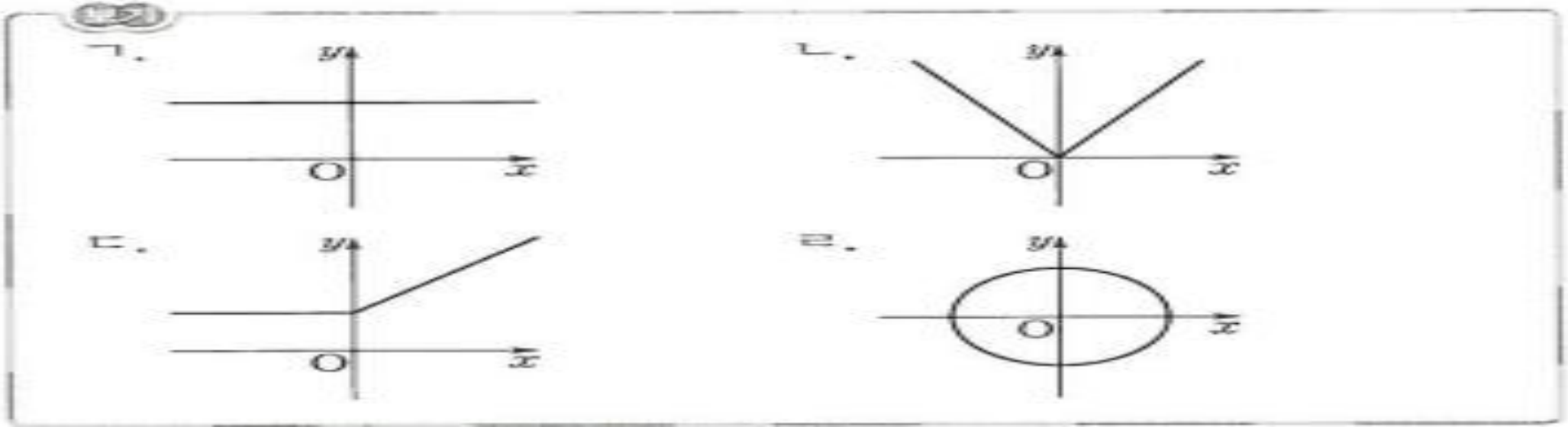
그래프의 관점

함수의 정의에 따라, 함수의 그래프는 정의역의 각 원소 a에 대하여 x축에 수직인 직선 $x=a$와 오직 한 점에서 만난다.



Remark ▶ 실수 a에 대하여 직선 $x=a$와 만나지 않거나 두 개 이상의 점에서 만나는 그래프는 a를 원소로 하는 집합을 정의역으로 하는 함수의 그래프가 될 수 없다.

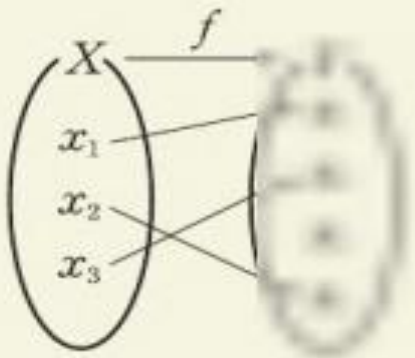
실수 전체의 집합 R에 대하여 R에서 R로의 함수의 그래프인 것만을 보기에서 있는 대로 고르시오.



일대일함수

1 일대일함수

함수 $f : X \longrightarrow Y$에서 정의역 X의 서로 다른 두 원소에 대응하는 공역 Y의 원소가 항상 서로 다를 때, 즉



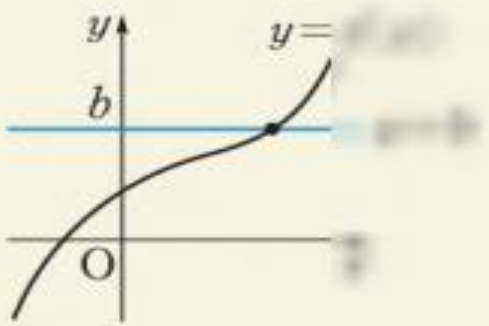
> 정의역 X의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

가 성립할 때, 이 함수 f를 **일대일함수**라 한다.

Remark ▶ '$x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$'의 대우 '$f(x_1) = f(x_2)$이면 $x_1 = x_2$'가 성립해도 함수 f는 일대일함수

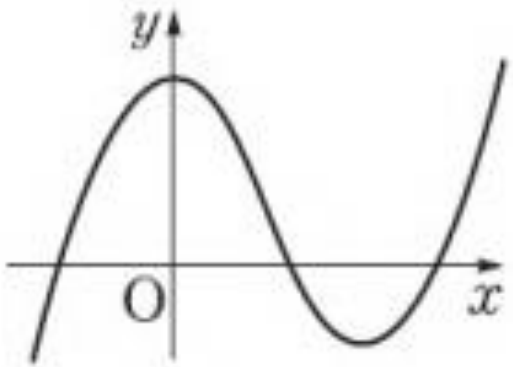
2 일대일함수의 그래프의 특징

일대일함수는 정의역의 서로 다른 두 원소에 대응하는 공역의 원소가 항상 서로 달라야 한다. 따라서 일대일함수의 그래프는 치역의 임의의 원소 b에 대하여 y축에 수직인 직선 $y=b$와 오직 한 점에서 만난다.

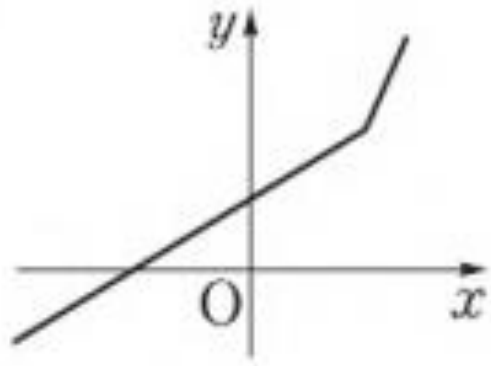


다음 함수의 그래프 중 일대일함수의 그래프를 모두 찾으시오.

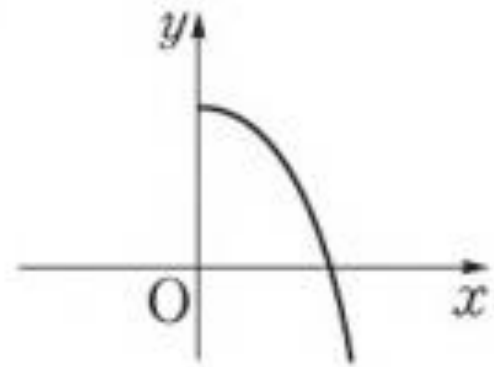
(1)



(2)



(3)



유형

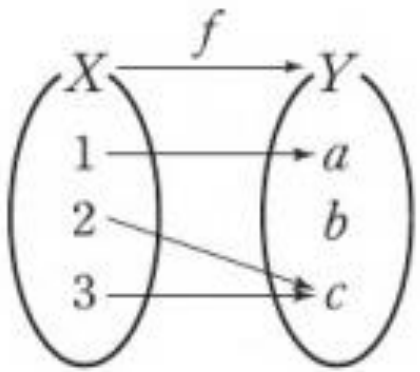
05 일대일함수와 일대일대응

(1) 함수 $f : X \longrightarrow Y$가 일대일함수이다.

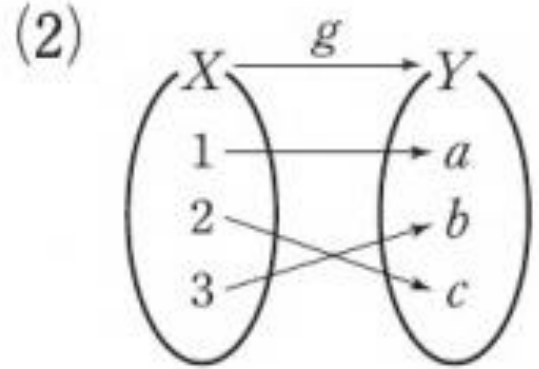
- $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ $(x_1 \in X,\ x_2 \in X)$
- $f(x_1) = f(x_2)$이면 $x_1 = x_2$ $(x_1 \in X,\ x_2 \in X)$

다음 함수 중 일대일함수를 모두 찾으시오.

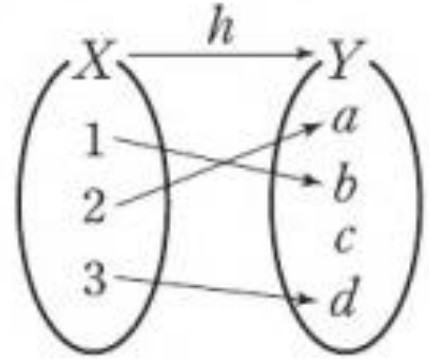
(1)



(2)



(3)



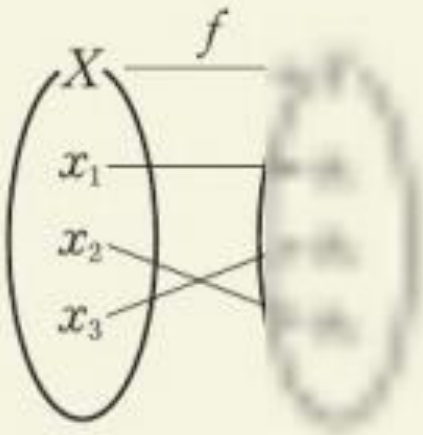
일대일대응

함수 $f : X \longrightarrow Y$가 일대일함수이고 치역과 공역이 같을 때, 즉

(i) 정의역 X의 원소 x_1, x_2에 대하여
$x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

(ii) $f(X) = Y$

가 성립할 때, 이 함수 f를 **일대일대응**이라 한다.

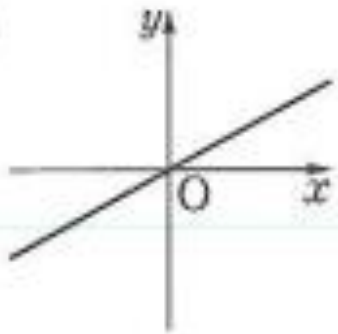


일대일대응의 그래프

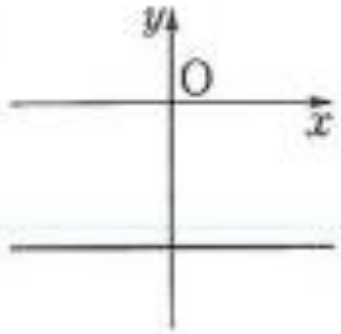
일대일대응의 그래프인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 정의역과 공역은 모두 실수 전체의 집합이다.)

보기

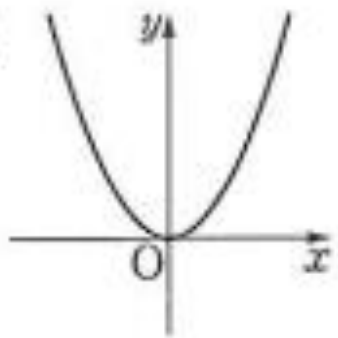
ㄱ.



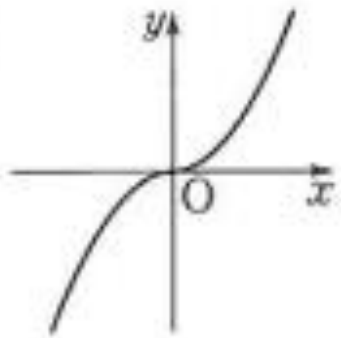
ㄴ.



ㄷ.



ㄹ.

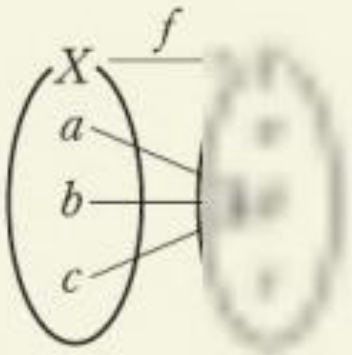


상수함수

함수 $f : X \longrightarrow Y$에서 정의역 X의 모든 원소 x에 공역 Y의 단 하나의 원소가 대응할 때, 즉

$$f(x)=c \ (c\text{는 상수})$$

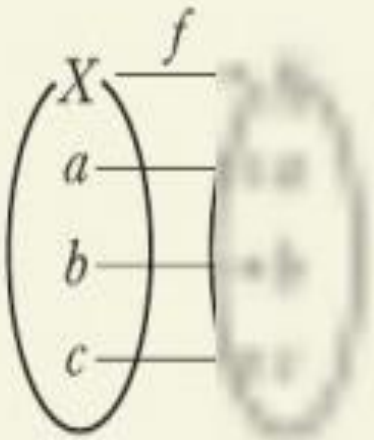
가 성립할 때, 이 함수 f를 **상수함수**라 한다.



Remark ▶ 함수 $f : X \longrightarrow Y$가 상수함수이면 치역의 원소는 1개이다. 즉 $n(f(X))=1$이다.

항등함수

정의역과 공역이 같고 정의역 X의 각 원소 x에 그 자신 x가 대응하는 함수, 즉



$$f : X \longrightarrow X,\ f(x)=x\ (x\in X)$$

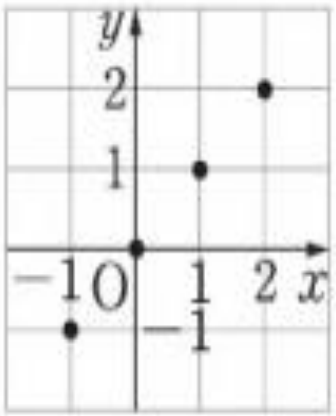
를 만족시키는 함수 f를 **항등함수**라 한다.

Remark ▶
- 항등함수는 보통 I로 나타내고, 특히 집합 X에서 정의된 항등함수를 I_X로 나타낸다.
- 항등함수는 일대일대응이다.

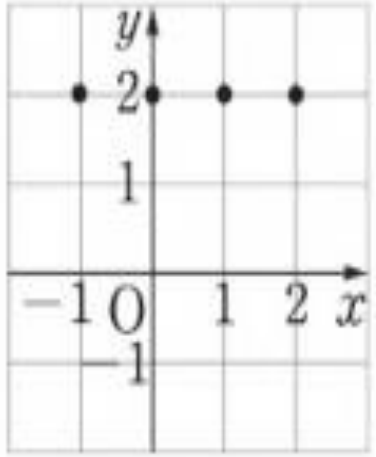
항등함수 vs 상수함수

집합 $X=\{-1, 0, 1, 2\}$에 대하여 다음은 X에서 X로의 함수의 그래프를 좌표평면 위에
낸 것이다. 이 중에서 일대일대응, 항등함수, 상수함수의 그래프인 것을 각각 모두 찾으시

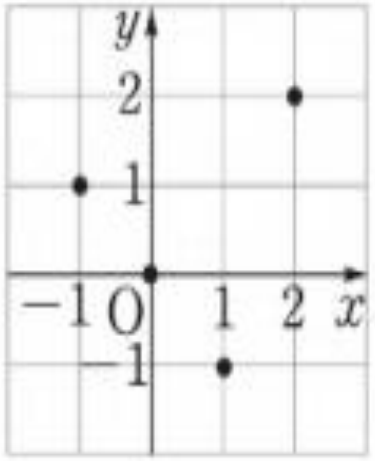
(1)



(2)



(3)



함수 영역 check 문제 풀기

1번	2번	3번	4번	5번

6번	7번	8번	9번	10번